第 40 卷 第 6 期
2023 年 12 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 40 No. 6
Dec. 2023

文章编号:1000-4939(2023)06-1324-11

磁芯探头涡流检测信号数值模拟方法研究

石瀚林[1],王猛[2],蔡文路[1],陈洪恩[1],陈晖[2],陈振茂[1]

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室,陕西省无损检测与结构完整性评价工程技术中心,710049 西安;2. 西安航天动力研究所,710100 西安)

摘 要:提出了一种基于退磁场理论的磁芯探头涡流检测信号简化数值模拟方法,基于已有 FEM-BEM 涡流检测数值方法开发了计算程序,通过与商用软件比较验证了其有效性。首先,分析了磁芯磁化过程中内部退磁场的特点,提出了磁芯退磁场和磁化场的计算方法;其次,提出了磁芯线圈激励磁场计算方法,考虑了激励线圈传导电流和磁芯等效磁流,利用磁流环电流模型和毕奥萨法尔定律进行激励磁场计算;最后,采用和激励磁场计算类似的思路进行了检测信号分析,即用感生涡流二次磁场替代激励线圈磁场来计算检测线圈磁芯的退磁场和磁化场,并基于磁芯内部磁通变化计算检测电压信号。基于所提理论,本研究在已有 FEM-BEM 混合法涡流检测数值模拟软件的基础上,开发了可考虑磁芯影响的涡流检测数值计算程序。对于不同参数条件下的磁芯探头涡流检测问题,本研究方法与全域有限元商用软件计算结果一致,但本研究方法原理更为直观,验证了方法和程序的有效性。

关键词:涡流检测;磁芯;数值模拟;FEM-BEM 方法;退磁场

中图分类号:TM154.2 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.06.013

A numerical simulation method for ECT of probe with magnetic core

SHI Hanlin[1], WANG Meng[2], CAI Wenlu[1], CHEN Hong'en[1], CHEN Hui[2], CHEN Zhenmao[1]

(1. Shaanxi ERC of NDT and Structural Integrity; State Key Lab for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China; 2. Xi'an Aerospace Propulsion Institute, 710100 Xi'an, China)

Abstract: A numerical tool to simulate the ECT signals of a probe with magnetic core is indispensable. However, the conventional full domain 3D FEM numerical method is hard to treat the probe scan and the numerical results cannot give clear and direct instruction for the probe design. In this paper, a numerical scheme taking the demagnetization field in the magnetic core into account is proposed to tackle with problems related to the magnetic core, and its feasibility is investigated through comparing with a conventional full domain FEM software. First, the features of the demagnetization field in the magnetic core are discussed, and methods to calculate the demagnetization field and the core magnetization are developed. Second, a simulation method for the excitation magnetic field of a cored ECT probe is proposed. In practice, the excitation magnetic field of the ECT probe with magnetic core is obtained

收稿日期:2022-09-19 **修回日期**:2022-12-10

基金项目:国家重点研发资助项目(No. 2022YFB3707202)

通信作者:陈振茂。E-mail:chenzm@xjtu.edu.cn

引用格式:石瀚林,王猛,蔡文路,等. 磁芯探头涡流检测信号数值模拟方法研究[J]. 应用力学学报,2023,40(6):1324-1334.

SHI Hanlin, WANG Meng, CAI Wenlu, et al. A numerical simulation method for ECT of probe with magnetic core[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(6):1324-1334.

through superposition of the magnetic fields due to the driving current in excitation coil and the equivalent magnetic current in core, while the magnetic current is treated with a solenoidal coil model. Third, a numerical scheme similar to the method for excitation coil is adopted to calculate the output signal of the cored pickup coil. In order to obtain the magnetization perturbation in the core due to eddy current, only the driving magnetic field in the magnetic core is necessary to be replaced by the field due to the eddy current. The pickup signal, then, can be obtained from the magnetic flux variation in pickup coil based on the Faraday's law. Based on the ideas above, the conventional FEM-BEM hybrid code of A-ϕ formulation is updated and the ECT signals due to probes of different magnetic core configurations are calculated. The numerical results are found in good consistence with those of a conventional software of full FEM, which demonstrates the validity of the proposed method and the corresponding numerical codes.

Key words: eddy current testing; magnetic core; numerical simulation; FEM-BEM hybrid code; demagnetization field

磁芯是一种具有高磁导率、低电导率的软磁材料,用于限制和引导磁通,广泛用于变压器、电机、传感器、磁头等机电设备[1-2]。磁芯主要由软铁磁金属(如纯铁)或铁磁性化合物(如铁氧体)制成,因高磁导率特性磁力线易集中于芯材,磁芯中的磁场强度会得到显著增强,且由于软磁特性对交变磁场也不会产生磁滞损耗。磁芯线圈的磁场由载流线圈产生,虽交变激励电流可能在磁芯中感生涡流,但由于磁芯材料电导率通常很小,其中的感应涡流通常可以忽略。

涡流检测(eddy current testing, ECT)是一种基于电磁感应原理检测金属部件表面和近表面缺陷的无损检测方法,是五大常规无损检测方法之一,具有广泛工业应用[3]。为增强涡流检测探头的灵敏度,常常在线圈中央设置磁芯来增强激励线圈的磁场和检测线圈的信号。直观上设置磁芯后线圈的自感放大倍数应接近磁芯材料相对磁导率的大小,如铁氧体磁芯应可增加近千倍。研究发现,尽管磁芯会增加线圈自感系数和相应的涡流检测信号,但其增幅远小于相对磁导率的数值。为明确磁芯强化检测信号机理,指导 ECT 磁芯探头的设计和信号评价,研究 ECT 磁芯探头的信号激发和接收过程,建立 ECT 磁芯探头检测信号数值模拟方法,具有很强的理论和应用价值。

由于需考虑磁芯的强磁特性,磁芯探头的涡流检测数值模拟通常需要采用全场有限元方法,对磁芯、线圈、检测对象和空气区域采用不同的材料分区,其边界条件处理比较复杂[4-7]。同时,由于全域有限元方法需要对线圈和磁芯进行有限单元刨分,处理探头扫查问题时每个扫描点需要重新划分网格,导致计算过程复杂和计算量庞大。XIE 等[8]提出了一种基于退化磁矢位的数值模拟方法,将整个计算模型分为线圈、磁芯、检测对象 3 个区域。首先求取基于空心线圈产生的初始涡流场,其次基于涡流场与激励线圈电流的总磁场计算磁芯磁场,然后修正激励场再次计算试件涡流场直至收敛。这种方法可以获得涡流检测磁芯探头激发的涡流场和相应检测信号,但其迭代计算过程相对复杂且计算资源耗费大,特别是不能直观给出磁芯对涡流场和检测信号的影响规律,不便有效支撑涡流检测探头的构型设计和优化。基于 A-ϕ 公式的涡流场有限元-边界元(FEM-BEM)混合计算方法和程序[9-10]可有效处理空心线圈和非磁性工件的涡流检测问题,但由于边界条件问题无法用于磁性材料 ECT 模拟。本研究基于强磁性材料磁化的磁荷/磁流理论模型,提出了一种新型简便的磁芯影响分析处理方法,并将其应用于现有 FEM-BEM 涡流检测数值模拟程序,有效实现了 ECT 磁芯探头的激励磁场和检测信号的分析计算。通过与传统全域有限元方法结果进行比较,验证了所提方法和相应程序的有效性,为实际磁芯探头设计和优化及信号反演奠定了基础。

1　理论模型和方法

1.1　表征材料磁化特性的磁流模型和磁荷模型

描述材料磁化的物理模型主要分为磁流模型和磁荷模型[11-12]。磁性材料中的电子自转由于量子效应可能出现相同取向,导致局域电子群总体对外表现出磁性。如将这些相同自旋取向的电子看成一个

整体,从其对外产生磁场的观点可将其表征为环形电流,即分子电流。在没有外加磁场时,磁性体中的分子电流取向随机,对外宏观不显磁性。但若施加外磁场,磁矩作用会使分子电流趋向同一方向,导致对外宏观呈现磁性,即在磁性物体中产生磁化 $\boldsymbol{M}$。由于是利用分子电流来表征磁化,上述称为磁流模型。磁流和物理意义上的传导电流不同,是为了表征磁化对外产生磁场特性参照毕奥萨法尔定律导入的虚拟量。磁性材料内部分布的分子电流相互叠加的结果会形成体磁流,体磁流密度和磁化强度的关系为 $\boldsymbol{J}_m=\nabla\times\boldsymbol{M}$。因此,如果磁芯均匀磁化,其内部的体磁流为零。但即使磁芯磁化均匀,在磁性体表面由于几何不连续也会有磁流的存在,即面磁流,其强度向量为 $\boldsymbol{K}_m=\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{n}$,其中 $\boldsymbol{n}$ 为磁芯表面单位外法向量。

磁荷模型是对比电荷产生电场的现象而导入的表征磁场来源的磁化模型,其核心是认为强磁材料中的磁化对应于由正负磁荷构成的磁偶极子。在介质未磁化时,各磁偶极子取向杂乱无章,其磁偶极矩相互抵消,对外宏观无磁性。但当施加外部磁场后,由于各偶极子受磁矩作用会转向磁场方向,导致对外宏观表现出磁性。磁性材料内部的体磁荷也与磁化的分布相关,其体密度 $\rho_m=\nabla\cdot\boldsymbol{M}$,即对于均匀磁化的磁芯其内部的体磁荷密度为零。但同样,在磁芯界面会表现出具有面密度 $\sigma_m=\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{n}$ 的分布面磁荷。对于沿轴向均匀磁化的柱型磁芯,仅在其两个端面表现出集中的正、负面磁荷。

磁流模型和磁荷模型在表征磁性体对外的磁性作用时各有特点,磁流模型更适合表征其产生的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$(无源有旋场),而磁荷模型则适合表征其产生的磁场强度 $\boldsymbol{H}$(有源无旋场)。

1.2 磁芯内部退磁场

磁芯内部退磁场为其端面磁荷产生的磁场。如图1(a)所示,当棒状磁芯在均匀轴向磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 中被磁化后,其两端会呈现N、S磁极特性,携带正、负面磁荷。如图1所示,两端面磁荷在磁芯介质内部会产生一个与外加磁场相反的附加磁场 $\boldsymbol{H}'$,会削弱外加磁场,称为退磁场。为此磁芯内部各点的总磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 为外加磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 和附加场 $\boldsymbol{H}'$ 的矢量叠加,即

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{H}_0(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{r}) \tag{1}$$

磁芯内部任意点的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{M}+\boldsymbol{H})=\mu_0(\chi+1)\boldsymbol{H}$$

其中,χ 为磁化系数且 $\chi+1=\mu_r$ 即相对磁导率。

虽然如图1(b)所示磁芯合成磁场强度较直接施加的外部磁场强度小很多,但强磁性磁芯材料的 χ 具有很大数值,磁芯中的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 仍较无磁芯时大,可使线圈内总磁通量增加,起到强化线圈检测信号的作用。由于涡流探头激励磁场为激励线圈电流和磁芯磁流共同作用的结果,同样较无磁芯时会有所增强。

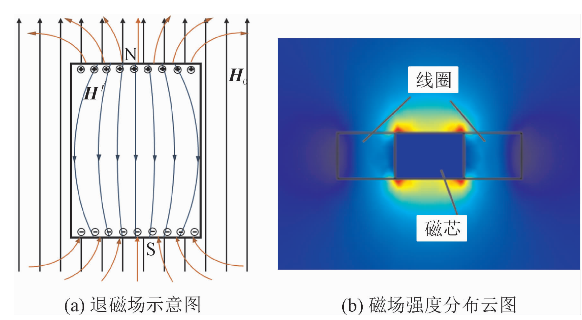


图1 磁芯内部磁场强度空间分布

Fig. 1 Spatial distribution of the magnetic field intensity inside around a magnetic core

1.3 磁芯内部磁化场的计算方法

1.3.1 *磁芯对于线圈激励磁场的影响*

对于含磁芯的激励线圈,其产生的激励磁场磁感应强度为线圈电流激发的磁场 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{coil}}$ 与磁芯磁化所产生磁场 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{core}}$ 的叠加,即

$$\boldsymbol{B}_0(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{B}_{\mathrm{coil}}(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{B}_{\mathrm{core}}(\boldsymbol{r}) \tag{2}$$

式中,任意场点 $\boldsymbol{r}$ 的 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{coil}}$ 和 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{core}}$ 可利用毕奥萨伐尔定律进行计算,即

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{coil}}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\Omega_{\mathrm{coil}}}\boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{r}')\times\nabla'\frac{1}{|\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}|}\mathrm{d}v' \tag{3}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{core}}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\left[\int_{\Omega_{\mathrm{core}}}\boldsymbol{J}_m(\boldsymbol{r}')\times\nabla'\frac{1}{|\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}|}\mathrm{d}v'+\int_{S_{\mathrm{core}}}\boldsymbol{K}_m(\boldsymbol{r}')\times\nabla'\frac{1}{|\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}|}\mathrm{d}s'\right] \tag{4}$$

式中:Ω_{coil}、Ω_{core} 分别为线圈区域和磁芯区域;S_{core} 为磁芯外表面;$\boldsymbol{J}_m$ 和 $\boldsymbol{K}_m$ 分别表示磁芯磁化后相应的体磁流和面磁流,与磁化强度分布关系如1.1节所示。因此,要得到磁芯磁化所产生的激励磁场必须首先得到磁芯内部磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 的分布。

1.3.2 *磁芯轴向均匀磁化时的退磁场和退磁系数*

首先考虑轴向均匀磁化磁芯的磁场特性。如图2所示,当柱状磁芯内部沿轴向均匀磁化时,磁芯内部磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 沿 z 向且处处相等,即

$$\boldsymbol{M}(r)=M_z e_z \tag{5}$$

基于相对磁导率的定义和线性磁本构关系,当磁芯置于大小为 H_{0z} 的均匀轴向磁场时,如记其轴向退磁场的大小为 H_z',则磁芯内磁场强度和磁化强度的轴向分量满足以下关系,即

$$(\mu_r - 1)(H_{0z} - H_z') = M_z \tag{6}$$

根据磁荷模型,由于磁化均匀不存在体磁荷,且磁化沿轴向故在磁芯侧面也不存在面磁荷,仅在磁芯两端面存在符号相反的面磁荷,其面密度为

$$\sigma_m = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{n} = M_z \tag{7}$$

由于磁芯内部的退磁场由磁荷产生,故由磁场库仑定律可得磁芯内点 $\boldsymbol{r}$ 处的 z 向退磁场强度 H' 为

$$H'(\boldsymbol{r}) = \frac{\sigma_m}{4\pi}\left(\int_{S_1} \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}' + \int_{S_2} \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}'\right) \tag{8}$$

式中,S_1、S_2 分别为磁芯上下端面区域。

由式(9)、(10)可看出,退磁场强度与磁化强度之间具有线性关系。由退磁系数定义 $\alpha = \boldsymbol{M}/\boldsymbol{H}'$,可知对于均匀磁化的磁芯,其退磁系数 α 可表示为

$$\alpha = \frac{1}{4\pi}\int_{S_1+S_2} \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}' \tag{9}$$

可以看出对于均匀磁化圆柱形磁芯,α 是一个与磁芯长度和直径相关的常数。当磁芯长度较直径大得多时,退磁系数近似为 0,即退磁场很小。当磁芯直径较其长度大的多时退磁系数接近 1,即内部磁化场基本为零。综合式(6)与(8),可求得磁芯内部的磁化强度,进而利用式(4)求出磁芯对外产生的磁感应强度。

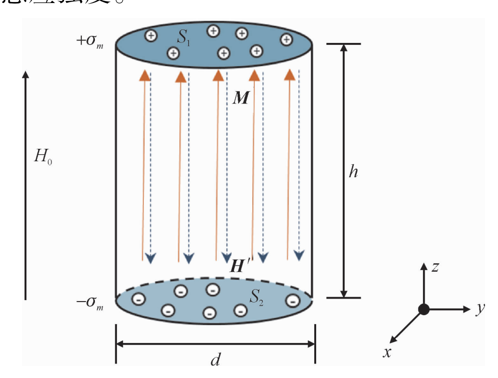


图 2　磁芯内部均匀磁化示意图

Fig. 2　Magnetic field and magnetization in magnetic core

1.3.3　磁芯内部非均匀磁化时的退磁场计算

对于带磁芯的盘式涡流检测探头,由于线圈产生的磁场不均匀,且磁芯的大小有限,磁芯内部的磁化强度也不均匀。此外,对于含磁芯的检测线圈,由于被检测对象中的涡流场,特别当其中含有裂纹缺陷时分布复杂,磁芯被涡流二次磁场磁化时不均匀程度更大。因此,当处理磁芯探头的涡流检测数值模拟问题时,磁芯内的磁化必须考虑其非均匀性。为此,本研究提出将磁芯体积进行单元离散,在每个小单元认为磁化均匀,进而结合线性磁性本构关系与磁荷磁场的计算公式,建立各单元磁化强度的线性代数方程组来求取磁芯内部的磁化场。

对于涡流探头的激励线圈,通常采用盘式线圈和柱状磁芯,由于轴对称特性其磁芯内部的磁场主要为轴向分量。对于检测线圈,虽然涡流场产生的二次磁场非常复杂,但在线圈中产生感生电压的为轴向磁场分量,考虑到问题的线性可叠加性,同样可以局限于考虑轴向分量。因此,本研究仅考虑轴向磁化情形,即假设磁场和磁化均仅有轴向分量。考虑图 3 所示磁芯内部的某一中心点位置向量为 $\boldsymbol{r}'$ 的小单元体,其中心点处的磁化可表示为

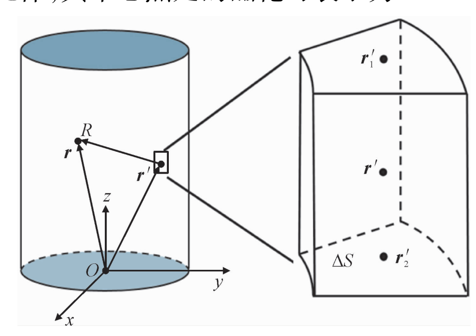


图 3　磁芯内部代表磁芯小单元示意图

Fig. 3　A concept diagram of cell division inside the core

$$(\mu_r - 1)[H_0(\boldsymbol{r}') - H'(\boldsymbol{r}')] = M(\boldsymbol{r}') \tag{10}$$

式(10)中,磁场强度和磁化强度均为其轴向分量,且省略了下标 z(以下同)。由磁场库仑定律,可得磁芯单元的磁荷在任意场点 $\boldsymbol{r}$ 处所产生的 z 向退磁场强度为

$$H'(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_{S'} \sigma_m(\boldsymbol{r}') \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \cdot \mathrm{d}S' \tag{11}$$

其中,$\boldsymbol{S}'$ 为磁芯小单元体上下端面区域。式(11)中,因磁芯单元体很小,可认为其内部的磁化均匀,故忽略了式(8)中的体磁荷项且面磁荷也仅局限于单元体的上下端面。如记小单元体上下端面面积为 ΔS,考虑到其端面磁荷密度 σ_m 等于轴向磁化强度 $\boldsymbol{M}$,式(11)又可表达为

$$\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{r}) \cong \frac{1}{4\pi} M(\boldsymbol{r}') \Delta S \left(\nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}_1' - \boldsymbol{r}|} - \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}_2' - \boldsymbol{r}|}\right) \cdot \boldsymbol{e}_z \tag{12}$$

其中:$\boldsymbol{r}_1'$ 和 $\boldsymbol{r}_2'$ 分别为小单元体上下端面中心点位置向量;$\boldsymbol{e}_z$ 为 z 向坐标向量。进一步利用

$$\nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \cdot \boldsymbol{e}_z = \frac{z - z'}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|^3} \tag{13}$$

可得任意小单元体在场点 $\boldsymbol{r}$ 处产生的退磁场为

$$H'(\boldsymbol{r}) \cong \frac{1}{4\pi} M(\boldsymbol{r}') \Delta S \left(\frac{z - z_1'}{|\boldsymbol{r}_1' - \boldsymbol{r}|^3} - \frac{z - z_2'}{|\boldsymbol{r}_2' - \boldsymbol{r}|^3} \right) \tag{14}$$

对于激励线圈中的传导电流在任意点 $\boldsymbol{r}$ 产生的磁化磁场,则可利用毕奥沙法尔定律利用式(3)和 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}/\mu_0$ 进行计算。

如果磁芯被离散为 N 个小柱单元,则第 i 个小单元中心点 $\boldsymbol{r}_i$ 处的退磁场为所有小单元端面磁荷产生退磁场的和,即

$$H'(\boldsymbol{r}_i) = \sum_{j=1}^{N} c_{ij} M_j \tag{15}$$

$$c_{ij} = \frac{\Delta S_j}{4\pi} \left(\frac{z_{j1}' - z_i}{|\boldsymbol{r}_{j1}' - \boldsymbol{r}_i|^3} - \frac{z_{j2}' - z_i}{|\boldsymbol{r}'_{j2} - \boldsymbol{r}_i|^3} \right) \tag{16}$$

基于磁化本构关系式(6),可得各磁芯小单元的磁化应满足以下方程

$$\sum_{j=1}^{N} c_{ij} M_j + \frac{1}{\mu_r - 1} M_i = H_{0i}, (i = 1, 2, 3, \cdots, N) \tag{17}$$

其中

$$H_0(r_i) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_{\text{coil}}} \boldsymbol{J}_0(\boldsymbol{r}') \times \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}_i|} \cdot \boldsymbol{e}_z \mathrm{d}v' \tag{18}$$

综合式(17)~(18),可得以下关于各单元磁化强度的线性方程组

$$\boldsymbol{C}_{N \times N} \boldsymbol{M}_N = \boldsymbol{H}_{0N} \tag{19}$$

其中

$$C_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, i \neq j \\ c_{ij} + \dfrac{1}{(\mu_r - 1)}, i = j \end{cases} \tag{20}$$

式(19)为具有 N 个未知数的满秩线性代数方程组,可采用高斯消去法等常规方法进行求解。值得指出的是,虽然式(11)的被积分函数具有场点和源点重合的奇异点,但由于式(15)中的源点位于各小单元端面中点,而场点在各单元的中心不会重合,因此已有效避免了奇异点问题。

1.4 磁芯线圈激励磁场的计算

由于磁荷模型适合磁场强度的计算,而磁流模型更适合磁感应强度的计算,当获得磁芯内的磁化分布后,可基于磁流模型利用式(2)叠加激励线圈磁场和磁芯磁化磁场计算带磁芯线圈导致的激励磁感应强度。为计算磁芯磁化产生的磁感应强度 $\boldsymbol{B}_{\text{core}}$ 需从获得的磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 计算磁芯的等效体磁流与面磁流。实际上由于每个小磁芯单元体内认为磁化均匀,其内部不存在体磁流,仅在绕其柱面存在面磁流。即磁芯整体的体磁流表现为磁芯内部各小单元体表面的面磁流,而磁芯整体的面磁流则表现为磁芯最外侧单元和空气区域相邻表面上的面磁流。对各个小单元面磁流产生的磁场叠加,即可获得磁芯产生的总磁场为

$$\boldsymbol{B}_{\text{core}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} M_i \int_{S_i} \boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{r}') \times \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \mathrm{d}\boldsymbol{S}' \tag{21}$$

其中:$\boldsymbol{S}_i$ 为第 i 个小磁芯单元的侧表面区域;$\boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{r}')$ 为小磁芯单元侧表面(柱面)环向切向量。由于如图 3 所示各小单元的断面形状较为复杂,对各小单元表面积分并不容易。考虑到通常涡流检测磁芯探头的磁芯为圆柱体且激励线圈为盘式圆线圈,其磁化场具有轴对称特性。基于这一特性,本研究提出以下考虑轴对称特性的激励磁场计算方法。

如图 4 所示,在磁芯磁化强度分布轴对称的情况下,将磁芯轴向、径向、环向分别均匀划分为 n_z、n_r、n_q 个小单元。这时轴向和径向位置相同但环向位置不同的小单元具有完全相同的磁化强度。因此,相对于 1.3 节给出的完全三维处理方法这时的待求未知磁化强度数量可以大大降低。

实际上,当考虑轴对称特性时各磁芯小单元的磁化强度向量 $\boldsymbol{M}$ 可用 $\theta = 0$ 断面各小磁芯单元的磁化强度向量 $\boldsymbol{M}_s$ 表示如下。

$$\boldsymbol{M}_{n_z \times n_r \times n_\theta} = \boldsymbol{T} \boldsymbol{M}_{s\, n_z \times n_r} \tag{22}$$

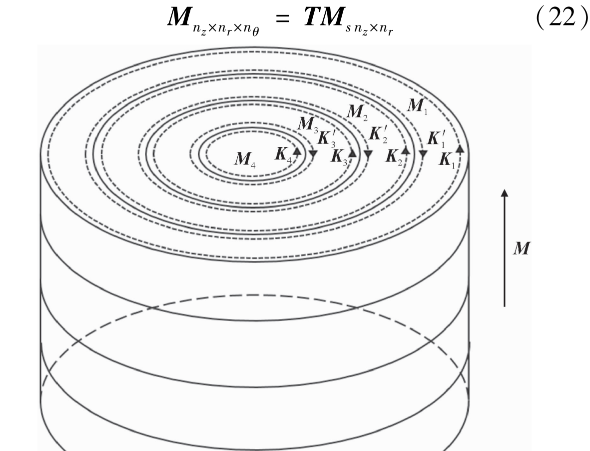


图 4 磁芯场计算轴对称单元示意图

Fig. 4 Concept of axial cell division of magnetic core for magnetic field calculation

其中，$\boldsymbol{T}$ 是基于轴对称特性的三维磁化强度和二维轴对称磁化强度变量的转换矩阵。

基于式(19)和(22)可得关于 $\boldsymbol{M}_s$ 的线性代数方程组为

$$\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{T}\boldsymbol{M}_s = \boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_0 \tag{23}$$

求解方程(23)获得 $\boldsymbol{M}_s$ 后，利用式(22)即可获得所有小单元的磁化强度。

在轴对称情况下，存在比式(21)更方便的方法计算磁芯磁化所产生的激励磁场。实际上，如图 4 所示，由于轴对称时磁流仅为各圆环单元侧面上的面磁流，各单元内部的体磁流为零，为此各环面上的面磁流可用 $\theta = 0$ 断面单元的磁化唯一表征，即

$$K_m^{ij} = \begin{cases} M_s^{ij+1} - M_s^{ij}, j \neq n_r \\ M_s^{ij}, \ j = n_r \end{cases} \tag{24}$$

其中，$K_m{}^{ij}$ 为轴向第 i 层、径向第 j 层单元对应环面的面电流密度。为方便计算，这些面电流可进一步等效为 $n_r \times n_q$ 个环电流，环电流的位置和半径对应于各小单元外侧表面的中心位置，其电流大小为

$$I^{ij} = K_m^{ij} h_{ij} \tag{25}$$

其中：I^{ij} 为轴向第 i 层、径向第 j 层单元环电流的大小；h_{ij} 为相应单元的轴向厚度。这些环电流产生的磁场，可基于毕奥萨法尔定律利用椭圆积分解析计算。实际上，如记任意场点 P 的位置柱坐标为(ρ_p，θ_p，z_p)，令 $R_0 = [(\rho_{ij} + \rho_p)^2 + (z_p - z_{ij})^2]^{1/2}$，则 P 点的磁感应强度径向和轴向分量分别为(环向分量为零)

$$B_\rho = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_z} \sum_{j=1}^{N_r} I_{ij} \frac{(z_P - z_{ij})}{\rho_P R_0} \left[\frac{\rho_j{}^2 + \rho_P{}^2 + (z_P - z_{ij})^2}{(\rho_{ij} - \rho_P)^2 + (z_P - z_{ij})^2} E - K \right] \tag{26}$$

$$B_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{N_z} \sum_{j=1}^{N_r} I_{ij} \frac{1}{\rho_P R_0} \left[\frac{\rho_{ij}{}^2 - \rho_P{}^2 - (z_P - z_{ij})^2}{(\rho_{ij} - \rho_P)^2 + (z_P - z_{ij})^2} E + K \right] \tag{27}$$

其中：K 和 E 分别表示第一类和第二类椭圆积分；ρ_{ij}、z_{ij} 分别为轴向第 i 个、径向第 j 个环电流的径向和轴向坐标。

将式(26)、(27)所得磁芯磁化产生的磁场和式(3)的线圈流激发的磁场相加，即可得到带磁芯激励线圈产生的总磁感应强度，即激励磁场。

1.5　磁芯探头检测线圈检出信号的计算

根据法拉第电磁感应定律，涡流检测的检出信号是和检测线圈交链磁通的变化所致。为此计算检测信号需要计算由于涡流场在检测线圈磁芯中导致的总磁通量，这时同样需要首先计算出由于涡流场导致的检测线圈磁芯内的磁化分布。考虑到问题的类似性，这时只需将前述考虑激励线圈磁化分布时的磁化场 H_0 代之以检测对象中涡流场产生的次生磁场 $\boldsymbol{H}_{\mathrm{eddy}}$ 即可。由于涡流检测对象特别是包含裂纹等缺陷时为非轴对称，检测线圈磁芯的磁化计算需要采用 1.3.3 给出的三维磁化分布计算方法。

实际上，根据毕奥萨伐尔定律，检测线圈磁芯中任意点由于涡流的次生磁场强度为

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{eddy}}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_v \boldsymbol{J}_{\mathrm{eddy}}(\boldsymbol{r}') \times \nabla' \frac{1}{|\boldsymbol{r}' - \boldsymbol{r}|} \mathrm{d}v' \tag{28}$$

与磁芯激励线圈相似，检出线圈的退磁场和磁化强度计算时同样可以只考虑轴向分量。利用式(18)、(22)、(23)，可得检测线圈磁芯中由于涡流场导致的磁化密度的控制方程组为

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{M}_{\mathrm{eddy}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{eddy}} \tag{29}$$

其中，$\boldsymbol{H}_{\mathrm{eddy}}$ 为涡流场在检测线圈磁芯各小单元中心点产生的轴向磁场强度向量。求解方程(29)，可得检测线圈磁芯中的磁化强度分布。

根据相对磁导率的定义和线性磁性本构关系，检测线圈磁芯内部各点轴向磁感应强度可由相应点的磁化强度直接计算获得，即

$$B_{\mathrm{core}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 \mu_r}{\mu_r - 1} M_{\mathrm{eddy}}(\boldsymbol{r}) \tag{30}$$

当激励电流为角频率为 ω 的正旋信号时，由法拉第电磁感应定律，磁芯内的磁通变化导致的检测线圈信号为

$$\Delta V_{\mathrm{core}} = \sum_{j=1}^{n} j\omega \int_{S_i} \frac{\mu}{\mu_r - 1} M_{\mathrm{eddy}}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}S \tag{31}$$

其中：n 表示线圈匝数；S_i 表示第 i 匝检测线圈包围的磁芯区域。

图 5 为检测线圈和磁芯在涡流场作用下的磁通分布示意图，由于磁芯的聚磁效应，和检测线圈交链的磁通主要为聚集在磁芯内部的二次磁场。而在磁芯外部由于磁芯磁化导致的磁通和涡流导致的磁通方向相反，基本可以忽略。为此，检测线圈总输出电压信号可用下式计算。

$$\Delta V = j\omega \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{L_i} \Delta S_{ik} \frac{\mu}{\mu_r - 1} M_{\mathrm{eddy}}^{ik} \tag{32}$$

其中：ΔS_{jk}为第 i 匝检测线圈位置的第 k 的小柱单元的端面积；L_j 为第 i 匝线圈面内各小磁芯单元的总数。对于绝对式盘式涡流检测线圈，如其单匝激励电流为幅值为 I_0，则线圈的阻抗变化信号为

$$\Delta\Omega = \Delta V/I_0 \tag{33}$$

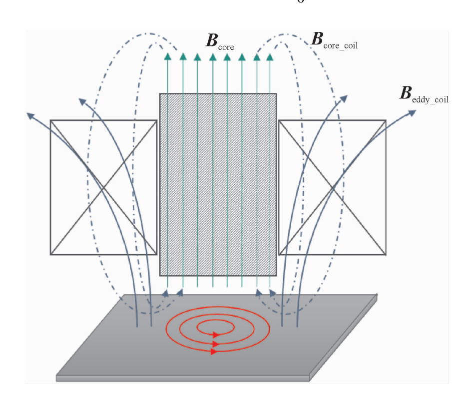


图 5 含磁芯检出线圈磁通分布示意图

Fig. 5 Magnetic flux distribution of cored detection coil

2 程序开发和数值计算结果

2.1 磁芯探头涡流检测 FEM-BEM 计算程序开发

基于上节所述理论和作者等开发的 FEM-BEM 混合法涡流检测数值模拟软件[6]，编写了带磁芯涡流探头检测数值模拟程序。本程序无需对空气区域、磁芯和线圈进行有限元网格刨分，不仅可减小计算区域，还能方便地模拟探头扫查检测信号。本研究开发程序模块包括以下两个部分。

1）磁芯激励线圈在检测对象中的总激励磁场计算。基于式（20），首先开发了处理激励线圈磁芯磁化分布的系数矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的计算子程序；其次，基于自由空间激励线圈磁场式（18），开发了磁芯内磁场强度向量 $\boldsymbol{H}_0$的计算子程序；最后，开发了求解式（19）获取磁芯磁化分布，及基于式（24）获取环电流大小和位置的程序。

2）磁芯检测线圈的检出信号计算。首先基于式（26）~（27）开发了计算涡流场在磁芯小单元中点产生的磁场强度，形成方程式（30）右端项 $\boldsymbol{H}_{eddy}$ 的子程序；其次，开发了基于式（15）、（19）、（21）形成检测线圈磁芯的系数矩阵 $\boldsymbol{C}$，并求解方程（30）获取 $\boldsymbol{M}_{eddy}$ 的子程序；最后，利用线性磁性本构关系，基于式（30）~（33）计算检测信号的磁芯线圈检测信号计算程序。

上述程序模块利用 FORTRAN 程序语言编写，集成到了原有 FEM-BEM 混合法程序，实现了磁芯涡流探头的检测信号的有效计算。

2.2 全域有限元磁芯探头涡流检测特性分析

为明确磁芯特性参数对磁芯探头涡流检测信号的影响，首先利用商用软件对典型磁芯线圈探头涡流检测问题进行了全域有限元数值模拟计算。涡流检测对象设定为 Inconel 镍基合金钢平板，其尺寸和材料参数见表 1。探头激励线圈采用圆柱磁芯盘式线圈，其线圈、磁芯尺寸、检测条件和材料参数如表 2 所示。

表 1 平板模型检测对象参数

Tab. 1 The parameters of the plate model that detect the object

长度/mm	宽度/mm	厚度/mm	电导率/MSm^{-1}	相对磁导率
40.0	40.0	1.0	1.0	1.0

表 2 线圈参数、检测条件及圆柱磁芯参数

Tab. 2 Coil parameters detection conditions and cylindrical core parameters

项目	参数	数值
线圈参数	内半径/mm	0.6
	外半径/mm	1.6
	轴向厚度/mm	0.8
	匝数	140
检测条件	总激励电流/A	0.1
	激励频率/kHz	300
	提离距离/mm	0.5
磁芯参数	直径/mm	1.2
	高度/mm	0.8
	相对磁导率	2 000
	电导率	0

全域有限元计算采用四面体单元，对磁芯、线圈、空气区域和检测对象平板均进行了有限元网格刨分，对有无磁芯条件下的激励线圈磁场、涡流场和检测线圈阻抗信号分别进行了计算。

图 6（a）给出了磁芯激励线圈产生的激励磁场的矢量分布和在检测平板表面的磁场大小分布云图的全域有限元计算结果。设置磁芯后最大激励磁场会增加 1.8 倍，且更集中于线圈下方。图 6（b）给出了绝对式探头有无磁芯时计算所得检测信号和激励频率的关系。可以发现，对于盘式线圈绝对涡流探

头，加入磁芯可使检出信号增大一倍左右。

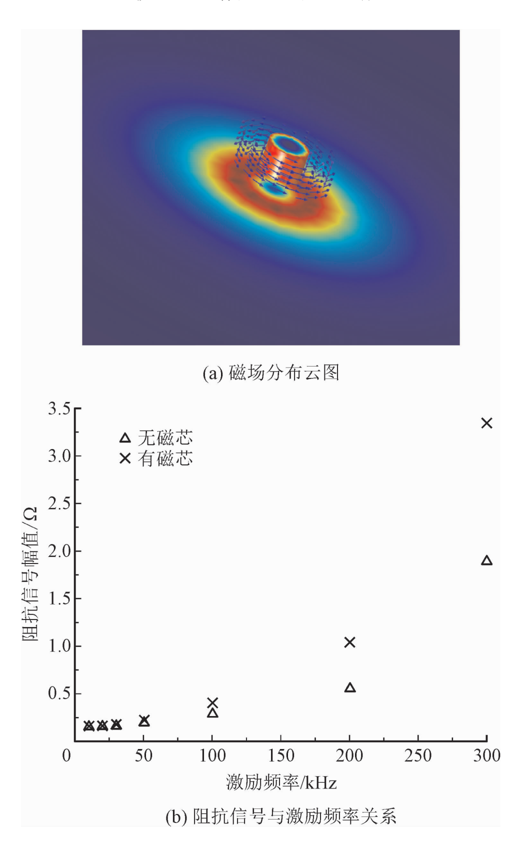


图 6　商用软件典型仿真计算结果

Fig. 6　Typical simulation results of a commercial software

2.3　本研究方法和程序的有效性验证

为验证本研究提出的磁芯探头涡流检测数值模拟方法有效性，采用本研究程序对上述线圈和检测对象的涡流检测信号进行了计算，并与全域有限元计算结果进行了比较。计算中检测对象平板在 x 方向划分为 17 个单元、y 方向划分为 28 个单元、z 方向（厚度方向）划分为 4 个单元（合计 1 904 个六面体单元和 1 132 个矩形边界元）。为考察探头对缺陷的检测灵敏度，在平板的中央设置了沿 y 向的长 10 mm、宽 0.2 mm、深度为板厚 50% 的表面裂纹，计算了探头在 $x=0$、提离 0.5 mm 位置沿 y 方向扫查 20 mm的检测信号（扫查间隔 1 mm）。涡流探头选为盘式线圈自感绝对探头，即激励和检测采用同一带磁芯线圈。计算模型和有限元网格如图 7 所示。

为验证方法的有效性，本研究对 A、B、C 共 3 种不同尺寸磁芯进行了数值计算，各磁芯参数如表 3 所示。计算中磁芯在轴向、径向和环向分别均匀划分为 $n_z=10$、$n_r=10$、$n_q=12$ 个单元。激励场的计算分别采用了三维模型计算磁化分布和轴对称模型计算激励磁场强度。检测信号的计算则采用三维模型计算磁化，利用式(32)计算检测信号。

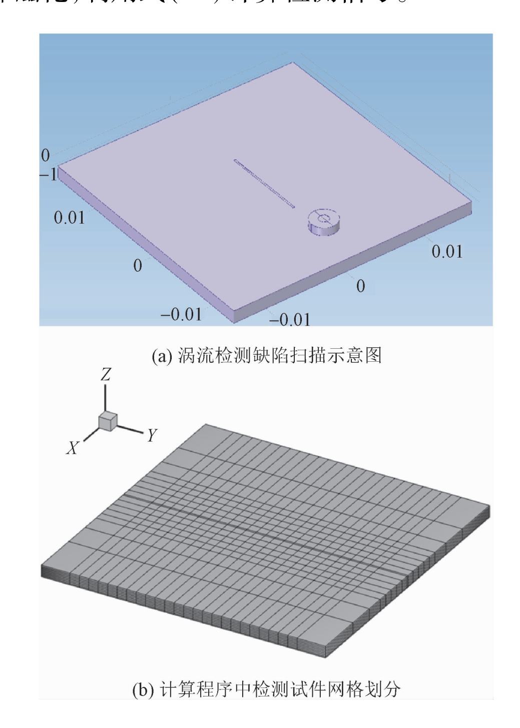


图 7　数值计算模型和有限元网格

Fig. 7　Numerical model and finite element mesh

全域有限元计算采用了 2.2 节所示计算条件，并通过移动裂纹计算裂纹扫查检测信号。获得全部 21 个扫查点的涡流检测信号，本研究程序和全域有限元的计算时间分别为 0.13 h 和 1.5 h，本研究程序具有更高的计算效率。

表 3　圆柱磁芯模型尺寸

Tab. 3　Cylindrical core model size

模型	参数	数值
标准磁芯：磁芯 A	长度/mm	0.8
	直径/mm	1.2
长型磁芯：磁芯 B	长度/mm	1.6
	直径/mm	1.2
细径磁芯：磁芯 C	长度/mm	0.8
	直径/mm	0.8

1）磁芯 A（标准磁芯）计算结果比较

图 8 给出了磁芯 A 激励线圈在试件上表面产生的激励磁场分布计算结果。其中图 8(a)、(b)分别为本研究程序和全域有限元计算磁场大小的二维分布，图 8(c)为其在 $x=0$ 线上的大小比较。可以发现两者良好一致，说明了本研究磁芯线圈激励场计算方法和程序的有效性。图 9 给出了含磁芯 A 线圈

裂纹检测信号的相平面计算结果比较，所示信号为含裂纹信号计算结果和无裂纹信号计算结果的差分，即裂纹导致的信号扰动。可以看出两者同样基本一致，进一步确认了本研究方法的有效性。

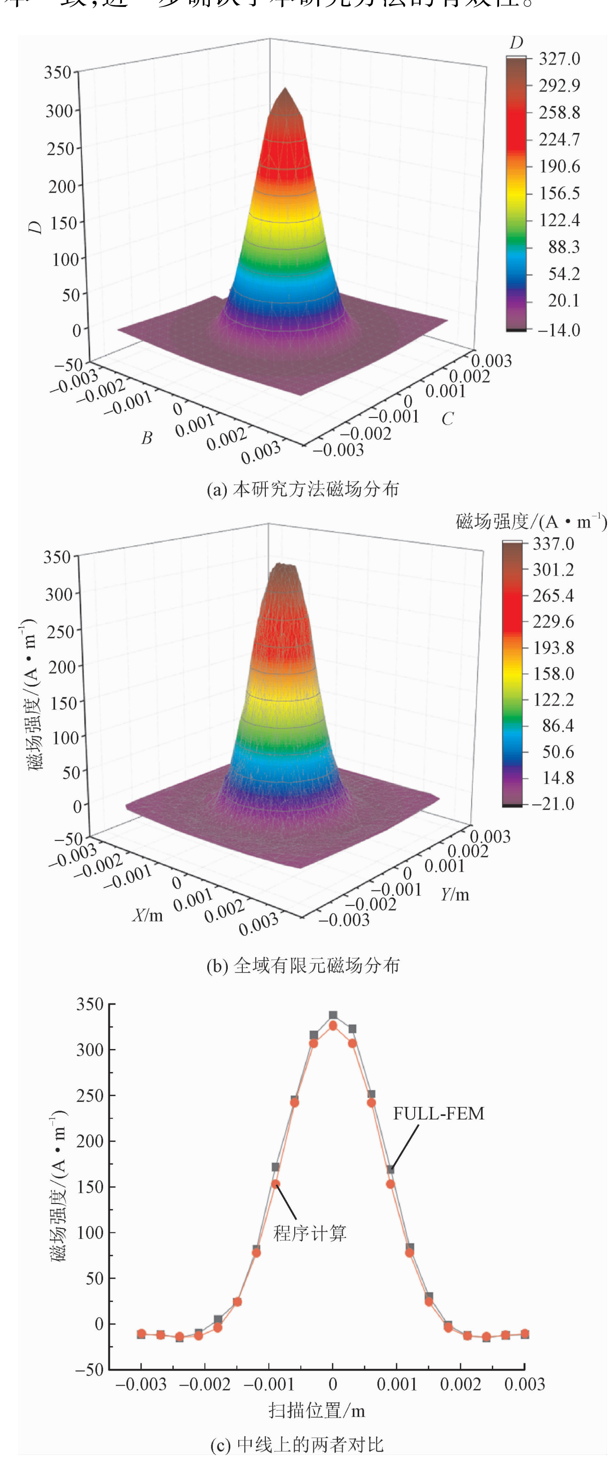


图 8　标准磁芯线圈激励磁场在试件上表面处分布

Fig. 8　The distribution of excitation magnetic field intensity due to the standard core coil at the upper surface of the specimen plate

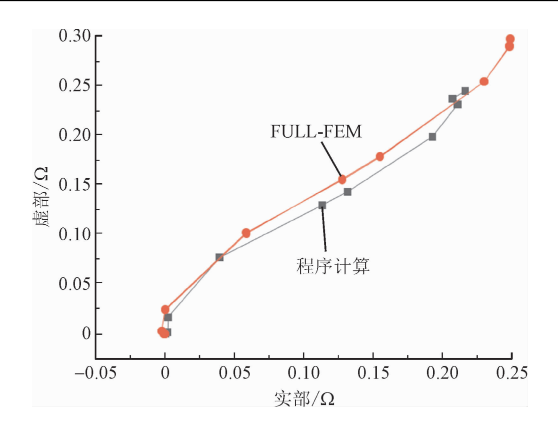
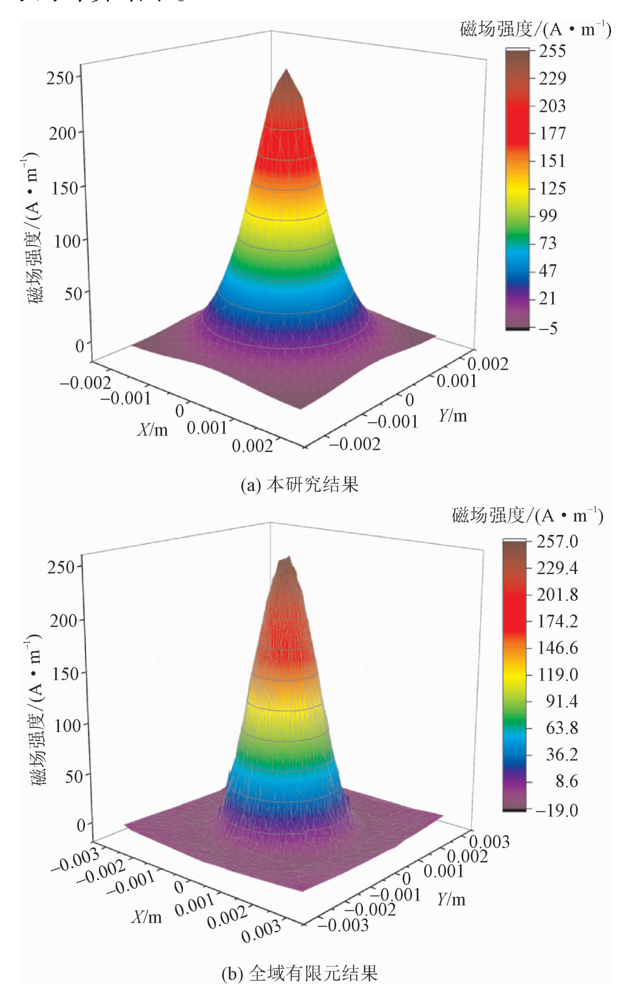


图 9　标准磁芯线圈检出信号对比

Fig. 9　Comparison chart of standard magnetic core coil detection signal

2）磁芯 B 和磁芯 C 的计算结果

图 10～11 分别给出了采用磁芯 B 时的激励磁场分布和裂纹检测信号的计算结果，图 12～13 分别给出了采用磁芯 C 时的激励磁场分布和裂纹检测信号的计算结果。



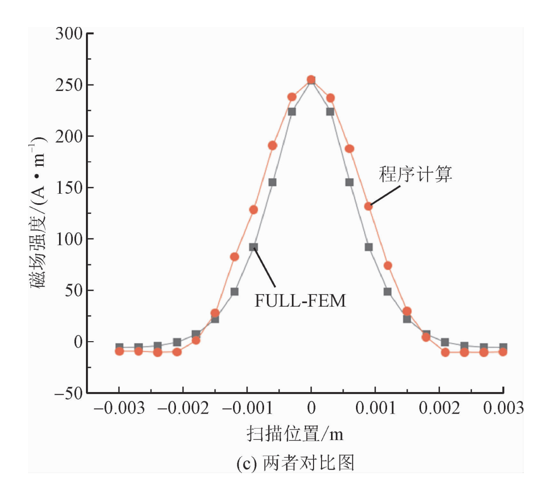


图 10　磁芯 B 线圈激励磁场在试件上表面处的分布

Fig. 10　The distribution of excitation magnetic field intensity of the long type core coil on the upper surface of the specimen

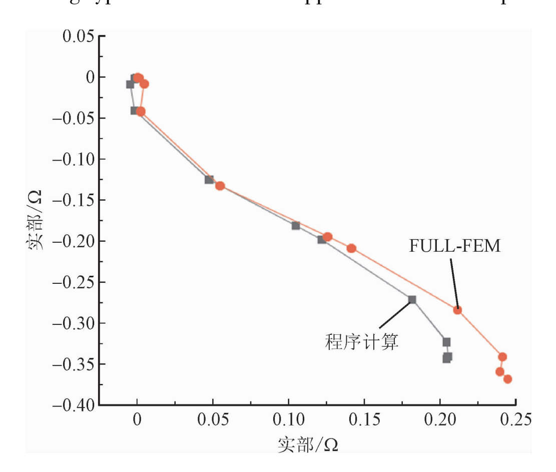


图 11　磁芯 B 线圈检出信号对比

Fig. 11　Comparison chart oflong type magnetic core coil detection signal

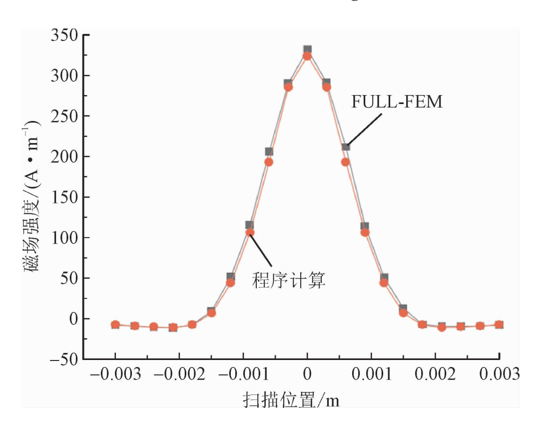


图 12　磁芯 C 线圈激励磁场在试件上表面处磁场分布比较

Fig. 12　The excitation magnetic field intensity distribution of the thin type core coil on the upper surface of the specimen

可以发现,本研究方法和程序对不同磁性参数均可获得和全域有限元很好一致的计算结果,显示了方法的有效性和适应性。同时,比较图 9、11、13 的裂纹检测信号,不难发现更大的磁芯长度和填充率对提高检测灵敏度有效。

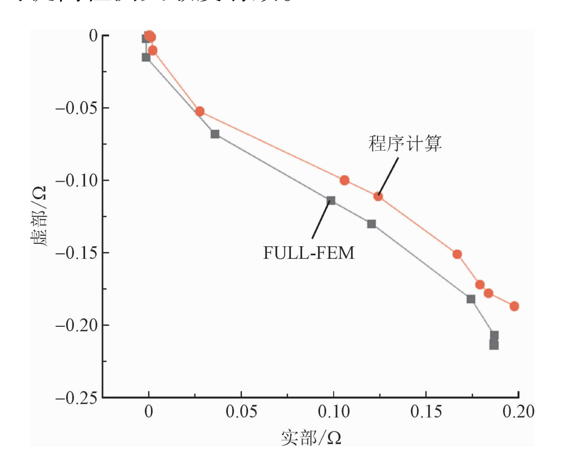


图 13　C 磁芯 C 线圈检出信号对比

Fig. 13　Comparison chart of thin type core magnetic coil detection signal

综上,本研究方法和程序与全域有限元软件计算结果很好一致,利用 FEM-BEM 混合方法有效实现了含磁芯涡流检测问题的数值模拟,且本研究方法无需对空气区域进行网格划分,更便于进行扫查信号的模拟计算,具有更高的效率。

3　结　论

基于磁荷/磁流模型磁化理论,本研究提出了含磁芯涡流检测探头的激励磁场和检测信号的计算方法,推导了相应的理论公式,实现了基于 FEM-BEM 混合法的磁芯探头涡流检测信号计算,解决了全域有限元计算带来的计算效率和直观性问题。论文得出了以下主要结论。

1)基于磁荷/磁流模型的方法可有效实现含磁芯激励线圈的激励磁场和含磁芯检测线圈检测信号计算。

2)本研究方法和程序的计算结果与全域有限元计算结果一致,由于无需对线圈和磁芯进行有限元网格刨分,本研究程序具有更好的计算效率和适应性。

3)对于常规盘式涡流检测探头,磁芯会提高检测信号,较长的磁芯和较大的磁芯填充率具有更好的裂纹检测性能。

参考文献:

[1]　冯慈璋,马西奎. 工程电磁场导论[M]. 北京:高等教育出版

社,2006.

[2] JILES D C,ATHERTON D L. Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect [J]. Journal of physics D:Applied physics,1984,17(6):1265.

[3] 赵迎松,解社娟,蔡文路,等. 大型容器不锈钢衬厚度多频涡流无损评价方法[J]. 应用力学学报,2019,36(3):566-572.
ZHAO Yingsong,XIE Shejuan,CAI Wenlu,et al. QNDE method for thickness evaluation of stainless steel cladding layer in a large vessel based on multi-frequency ECT signals[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(3):566-572(in Chinese).

[4] ZENG Z W,UDPA L,UDPA S S. Finite-element model for simulation of ferrite-core eddy-current probe[J]. IEEE transactions on magnetics,2015,46(3):905-909.

[5] 陈振茂,解社娟,曾志伟,等. 电磁无损检测数值模拟方法[M]. 北京:机械工业出版社,2017.

[6] CHEN Z M,YUSA N,MIYA K. Some advances in numerical analysis techniques for quantitative electromagnetic nondestructive evaluation[J]. Nondestructive testing and evaluation,2009,24(1/2):69-102.

[7] CHEN Z M,REBICAN M,MIYA K,et al. Three-dimensional simulation of remote field ECT using the Ar method and a new formula for signal calculation[J]. Research in nondestructive evaluation,2005,16(1):35-53.

[8] XIE S J,TIAN M M,CHEN H E,et al. Evaluation of wall thinning defect in magnetic material based on PECT method under magnetic saturation[J]. International journal of applied electromagnetics and mechanics,2017,55(S1):49-59.

[9] PREDA G,CRANGANU-CRETU B,HANTILA F I,et al. Nonlinear FEM-BEM formulation and model-free inversion procedure for reconstruction of cracks using pulse eddy currents[J]. IEEE transactions on magnetics,2002,38(2):1241-1244.

[10] MIHALACHE O,YAMAGUCHI T,UEDA T,et al. 3D RFEC simulations for the in-service inspection of steam generator tubes in fast breeder reactors[J]. International journal of applied electromagnetics and mechanics,2010,33(3/4):1165-1171.

(编辑 张璐)